UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Escola de Engenharia de Lorena – EEL

# ENGENHARIA DE MATERIAIS

# Mecânica dos Fluidos e Reologia

**Prof. Dr. Sérgio R. Montoro**

sergio.montoro@usp.br

srmontoro@dequi.eel.usp.br

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Escola de Engenharia de Lorena – EEL

# MECÂNICA DOS FLUIDOS

# ENGENHARIA DE MATERIAIS

## AULA 3

## PRESSÃO

## PRESSÃO

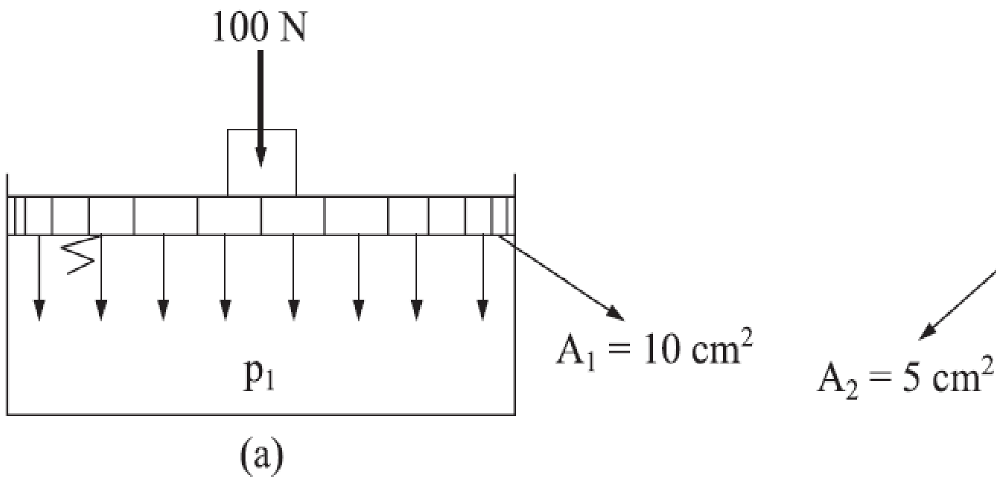
Foi visto anteriormente que uma força aplicada sobre uma superfície pode ser decomposta em dois efeitos: um tangencial, que origina tensões de cisalhamento, e outro normal, que dará origem às pressões.

Se a pressão for uniforme, sobre toda a área, ou se o interesse for na pressão média, então:

$$p = \frac{F_n}{A}$$

# PRESSÃO

Não devemos confundir pressão com força. Veja o exemplo da figura a seguir:




Note-se que a força aplicada em ambos os recipientes é a mesma; entretanto, a pressão será diferente. De fato:

# PRESSÃO

Recipiente (a):

$$p_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{100N}{10cm^2} = 10N/cm^2$$

Recipiente (b):

$$p_2 = \frac{F_2}{A_2} = \frac{100N}{5cm^2} = 20N/cm^2$$

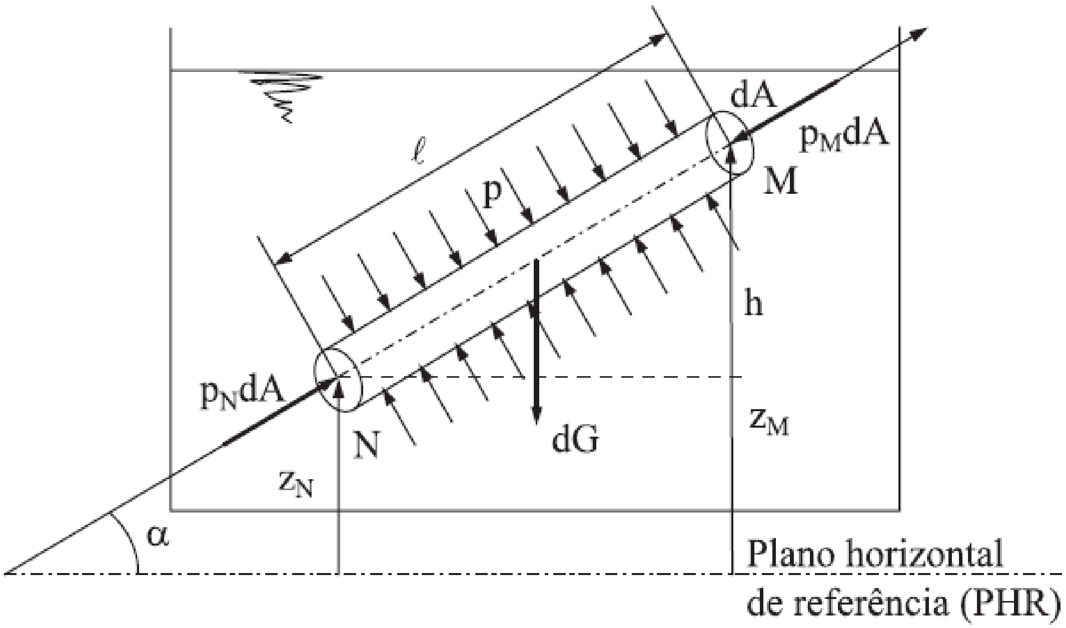
# TEOREMA DE STEVIN

# TEOREMA DE STEVIN

*"A diferença de pressão entre dois pontos de um fluido em repouso é igual ao produto do peso específico do fluido pela diferença de cotas dos dois pontos."*

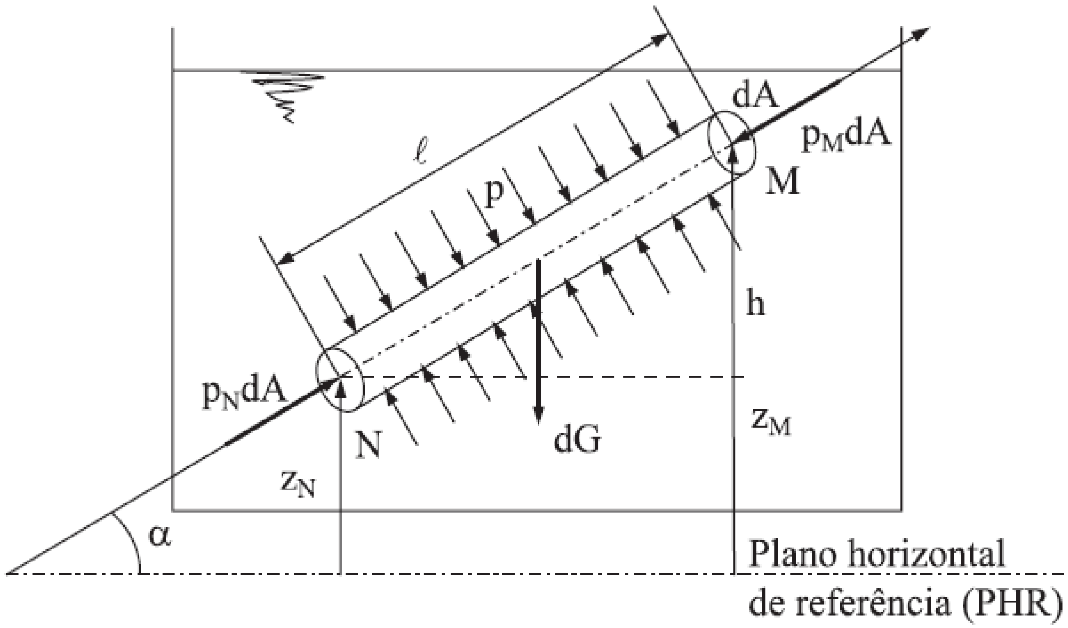
Sejam um recipiente que contém um fluido e dois pontos genéricos M e N. Unindo os pontos M e N constrói-se um cilindro, cuja área da base é dA, em torno do eixo MN.

# TEOREMA DE STEVIN




Orienta-se o eixo MN de N para M, e seja $\alpha$ o ângulo formado com a horizontal.

# TEOREMA DE STEVIN




Seja h a diferença de cotas dos dois pontos, isto é, $h = z_M - z_N$.

# TEOREMA DE STEVIN

Como, por hipótese, o fluido está em repouso, a resultante das forças que agem sobre o cilindro em qualquer direção deve ser nula, ou haveria um deslocamento nessa direção, contrariando a hipótese.

As forças que agem são:

$dF_N = p_N dA$ no ponto N

$dF_M = p_M dA$ no ponto M

$F = \int p dA_L$ na superfície lateral

dG = peso do fluido contido no cilindro = volume de fluido x peso específico = $L.dA.\gamma$

# TEOREMA DE STEVIN

Todas essas forças são projetadas na direção do eixo NM. Deve-se lembrar que, como as forças devidas à pressão são normais à superfície, então as que agem na superfície lateral terão componente nula sobre o eixo.

As outras forças projetadas, respeitando o sentido do eixo, resultam:

$$p_N dA - p_M dA - dG \text{ sen } \alpha = 0$$

# TEOREMA DE STEVIN

Ou,

$$p_N dA - p_M dA - \gamma L dA \text{ sen } \alpha = 0$$

$$p_N - p_M = \gamma L \text{ sen } \alpha$$

Mas

$$L \text{ sen } \alpha = h = z_M - z_N$$

Ou,

$$\boxed{p_N - p_M = \gamma h = \gamma(z_M - z_N)}$$

# TEOREMA DE STEVIN

Logo, a diferença de pressão entre dois pontos genéricos é igual ao produto do peso específico do fluido pela diferença de cotas entre os dois pontos, como se queria demonstrar.

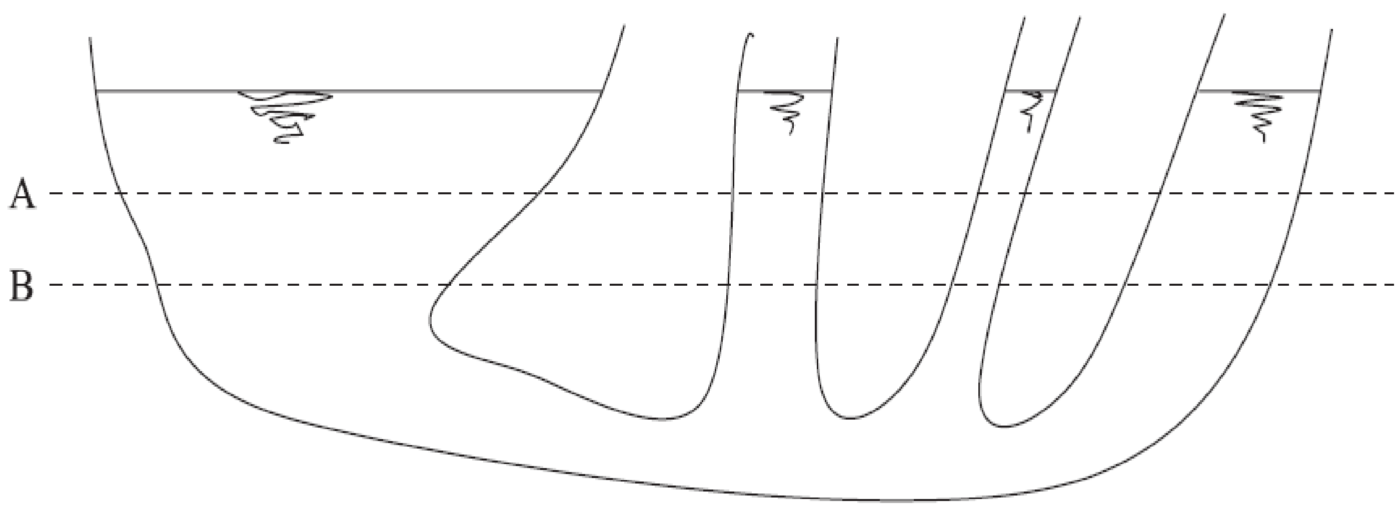
O que é importante notar ainda nesse teorema é que:

**a)** Na diferença de pressão entre dois pontos não interessa a distância entre eles, mas a diferença de cotas;

**b)** A pressão dos pontos num mesmo plano ou nível horizontal é a mesma;

# TEOREMA DE STEVIN

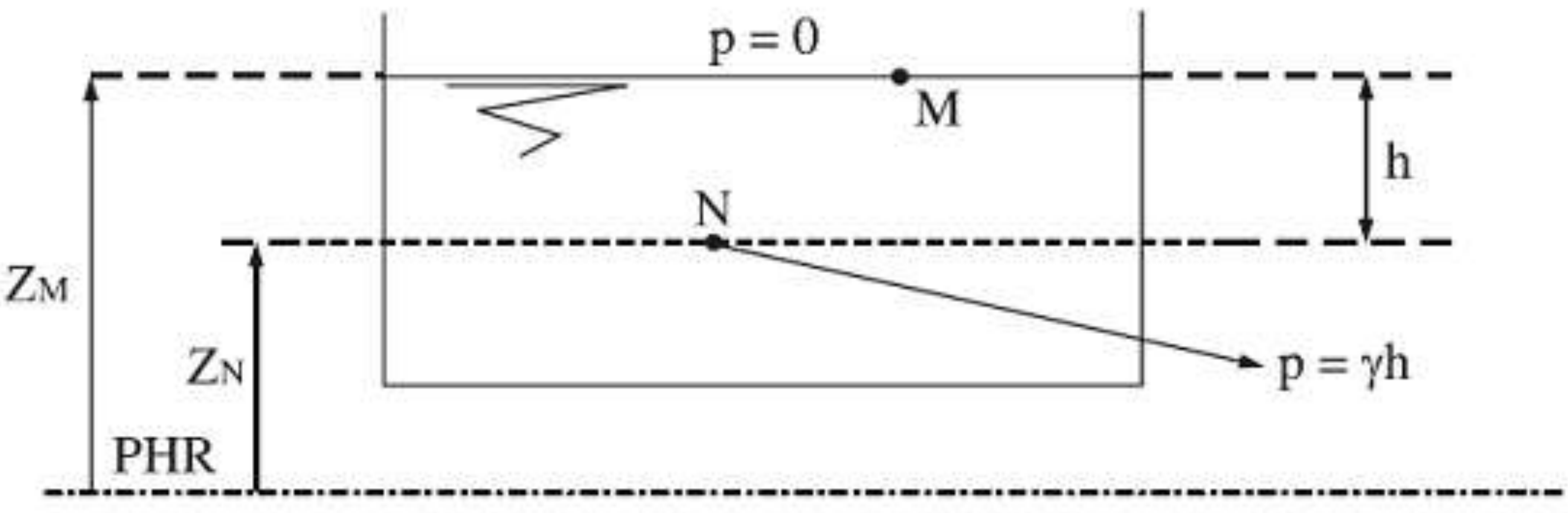
**c)** O formato do recipiente não é importante para o cálculo da pressão em algum ponto. Na figura a seguir, em qualquer ponto do nível A, tem-se a mesma pressão $p_A$, e em qualquer ponto do nível B, tem-se a pressão $p_B$, desde que o fluido seja o mesmo em todos os ramos;



# TEOREMA DE STEVIN

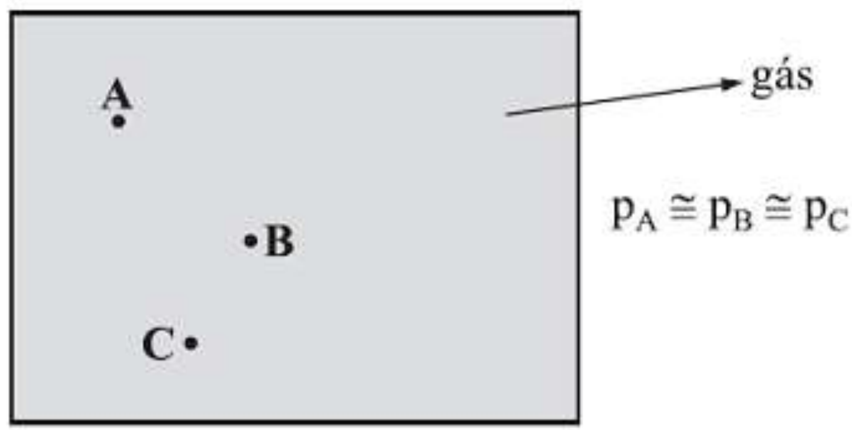
**d)** Se a pressão na superfície livre de um líquido contido num recipiente for nula, a pressão num ponto à profundidade h dentro do líquido será dada por:

$$\boxed{p = \gamma h}$$



# TEOREMA DE STEVIN

**e)** Nos gases, como o peso específico é pequeno, se a diferença de cota entre dois pontos não é muito grande, pode-se desprezar a diferença de pressão entre eles.



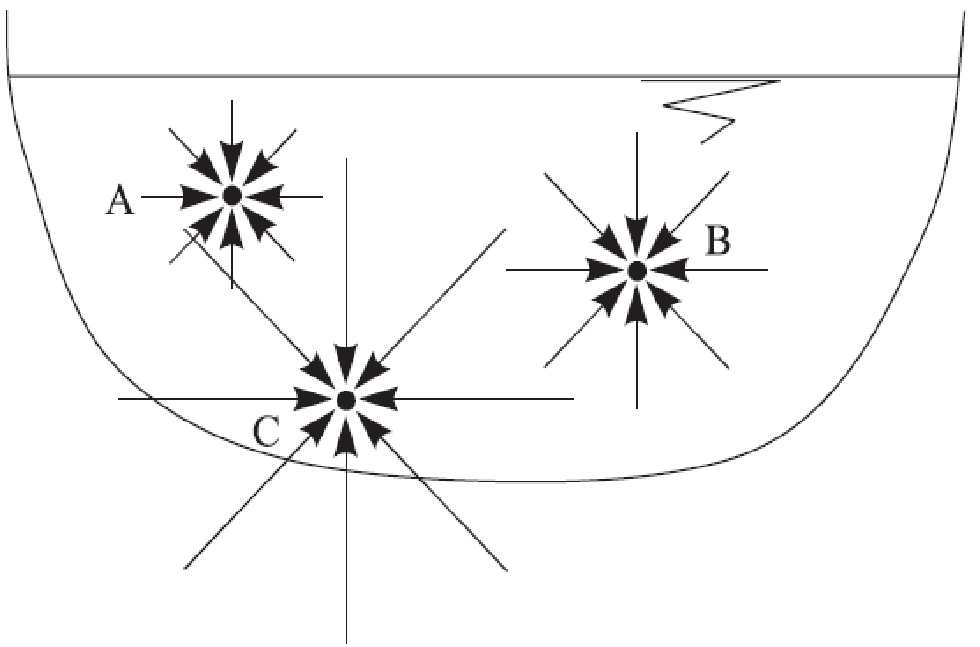
# PRESSÃO EM TORNO DE UM PONTO DE UM FLUIDO EM REPOUSO

# PRESSÃO EM TORNO DE UM PONTO DE UM FLUIDO EM REPOUSO

*"A pressão num ponto de um fluido em repouso é a mesma em qualquer direção."*

Se um fluido está em repouso, todos os seus pontos deverão estar. Se a pressão fosse diferente em alguma direção, haveria um desequilíbrio no ponto, fazendo com que este se deslocasse nessa direção, contrariando a hipótese. Logo, se o fluido está em repouso, a pressão em torno de um ponto deve ser a mesma em qualquer direção, conforme mostrado na figura a seguir.

# PRESSÃO EM TORNO DE UM PONTO DE UM FLUIDO EM REPOUSO

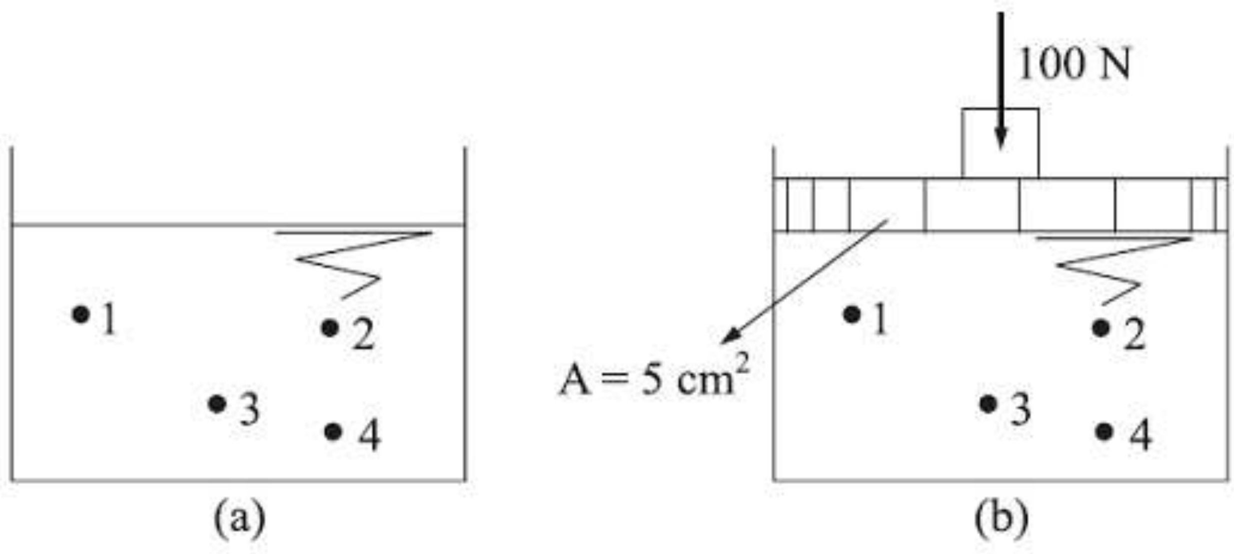


# LEI DE PASCAL

# LEI DE PASCAL

*"A pressão aplicada num ponto de um fluido em repouso transmite-se integralmente a todos os pontos do fluido."*

A figura a seguir ilustra perfeitamente tal fato.



# LEI DE PASCAL

Em (a) e (b), mostra-se o mesmo recipiente cilíndrico em que foram escolhidos alguns pontos.

Em (a), o fluido apresenta uma superfície livre à atmosfera e supõe-se que as pressões nos pontos indicados sejam:

$p_1 = 1\ N/cm^2$; $p_2 = 2\ N/cm^2$; $p_3 = 3\ N/cm^2$ e $p_4 = 4\ N/cm^2$

Ao aplicar a força de 100 N, por meio do êmbolo em (b), tem-se um acréscimo de pressão de:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{100}{5} = 20N / cm^2$$

# LEI DE PASCAL

As pressões nos pontos indicados deverão, portanto, ter os seguintes valores:

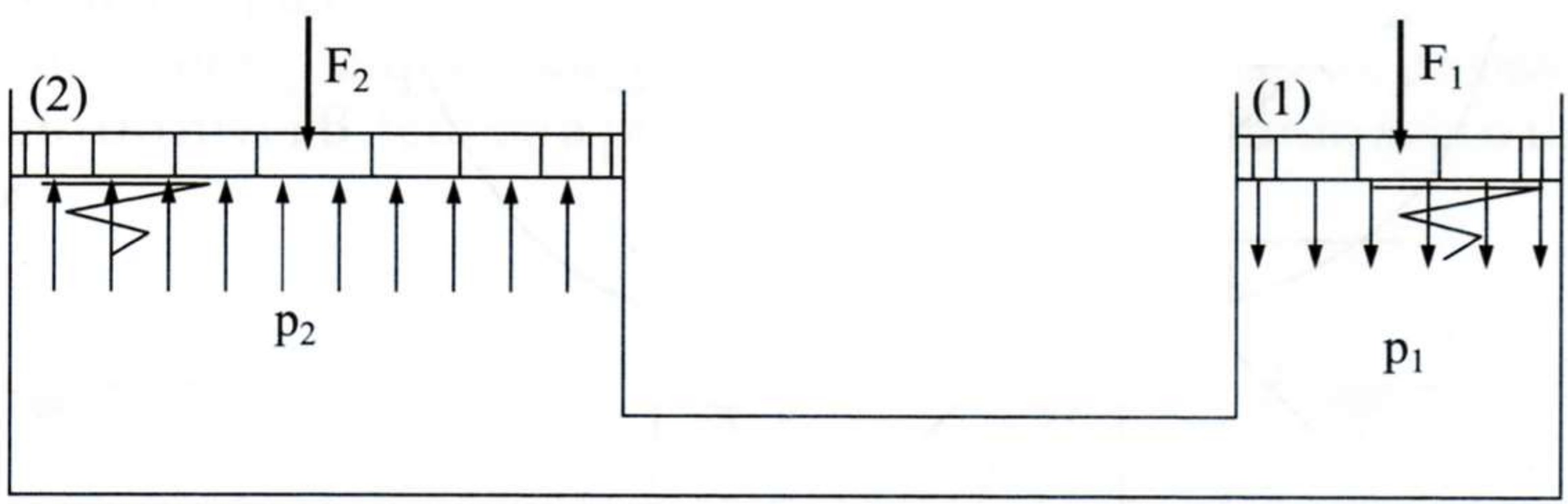
$p_1 = 21\ N/cm^2$; $p_2 = 22\ N/cm^2$; $p_3 = 23\ N/cm^2$ e $p_4 = 24\ N/cm^2$

Torna-se evidente, então, o significado da lei de Pascal.

Essa lei apresenta sua maior importância em problemas de dispositivos que transmitem e ampliam uma força através da pressão aplicada num fluido.

# LEI DE PASCAL

**EXEMPLO:** A figura mostra, esquematicamente, uma prensa hidráulica. Os dois êmbolos têm, respectivamente, as áreas $A_1 = 10\ cm^2$ e $A_2 = 100\ cm^2$. Se for aplicada uma força de 200 N no êmbolo (1), qual será a força transmitida em (2)?



# CARGA DE PRESSÃO

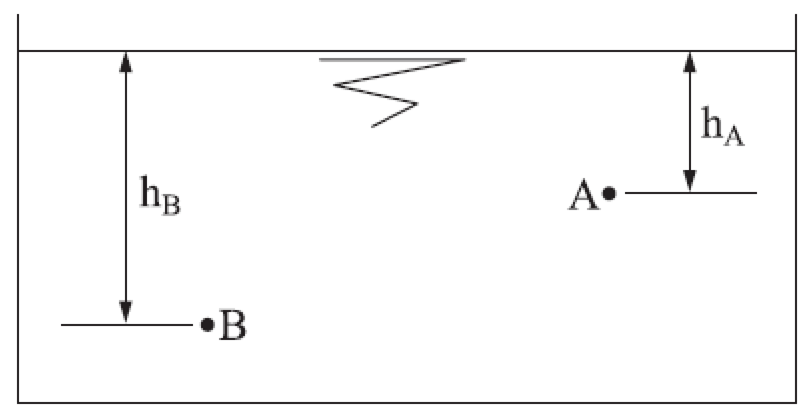
## CARGA DE PRESSÃO

Foi visto pelo teorema de Stevin que altura e pressão mantêm uma relação constante para um mesmo fluido. É possível expressar, então, a pressão num certo fluido em unidade de comprimento, lembrando que:

$$\boxed{\frac{p}{\gamma} = h}$$

# CARGA DE PRESSÃO

Essa altura h, que, multiplicada pelo peso específico do fluido, reproduz a pressão num certo ponto dele, será chamada **'carga de pressão'**. Essa definição torna-se evidente quando existe um recipiente em que se possa falar em profundidade ou altura h, conforme apresentado na figura a seguir.



## CARGA DE PRESSÃO

A pressão no ponto A será $p_A = \gamma h_á$, enquanto a carga de pressão será $h_á$; da mesma forma, no ponto B, $p_B = \gamma h_B$ e a carga de pressão será $h_B$.

Será que só nesses casos é que se pode falar em carga de pressão? Vejamos como seria interpretada a carga de pressão no caso de uma tubulação.

Na figura a seguir tem-se, por exemplo, um tubo por onde escoa um fluido de peso específico $\gamma$ e à pressão p.

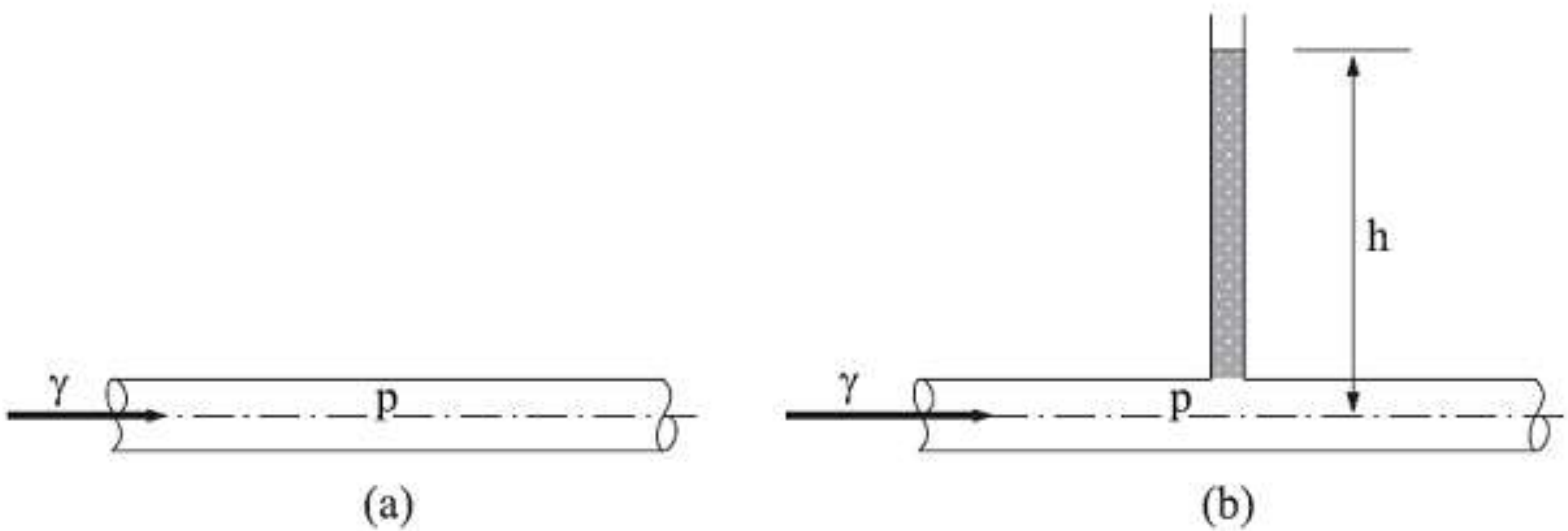
# CARGA DE PRESSÃO

Supondo o diâmetro do tubo pequeno, a pressão do fluido em todos os pontos da seção transversal será aproximadamente a mesma. Como, porém, há uma pequena diferença, adotem-se como referência os pontos do eixo do tubo. Note-se que nesse caso existe uma pressão p, mas não há nenhuma altura h.

Será que ainda se pode falar em carga de pressão? Se possível, como deverá ser interpretada?

## CARGA DE PRESSÃO

Abrindo-se um orifício no conduto, verifica-se que, se a pressão interna for maior que a externa, um jato de líquido será lançado para cima.



## CARGA DE PRESSÃO

Se esse jato for canalizado por meio de um tubo de vidro, verifica-se que o líquido sobe até alcançar uma altura h. Essa coluna de líquido deverá, para ficar em repouso, equilibrar exatamente a pressão p do conduto.

Dessa forma, novamente,

$$\boxed{\gamma_{fluido} \times h_{coluna} = p_{conduto}}$$

## CARGA DE PRESSÃO

Nota-se então que o h da coluna é exatamente a carga de pressão p. Logo, pode-se falar em carga de pressão independentemente da existência da profundidade h. Pode-se dizer, então, que carga de pressão é a altura à qual pode ser elevada uma coluna de fluido por uma pressão p.

Dessa forma, é sempre possível, dada uma coluna h de fluido, associar-lhe uma pressão p, dada por $\gamma h$, assim como é possível, dada uma pressão p, associar-lhe uma altura h de fluido, dada por $p/\gamma$, denominada carga de pressão.

# ESCALAS DE PRESSÃO

# ESCALAS DE PRESSÃO

Se a pressão é medida em relação ao vácuo ou zero absoluto, é chamada 'pressão absoluta'; quando é medida adotando-se a pressão atmosférica como referência, é chamada 'pressão efetiva'.

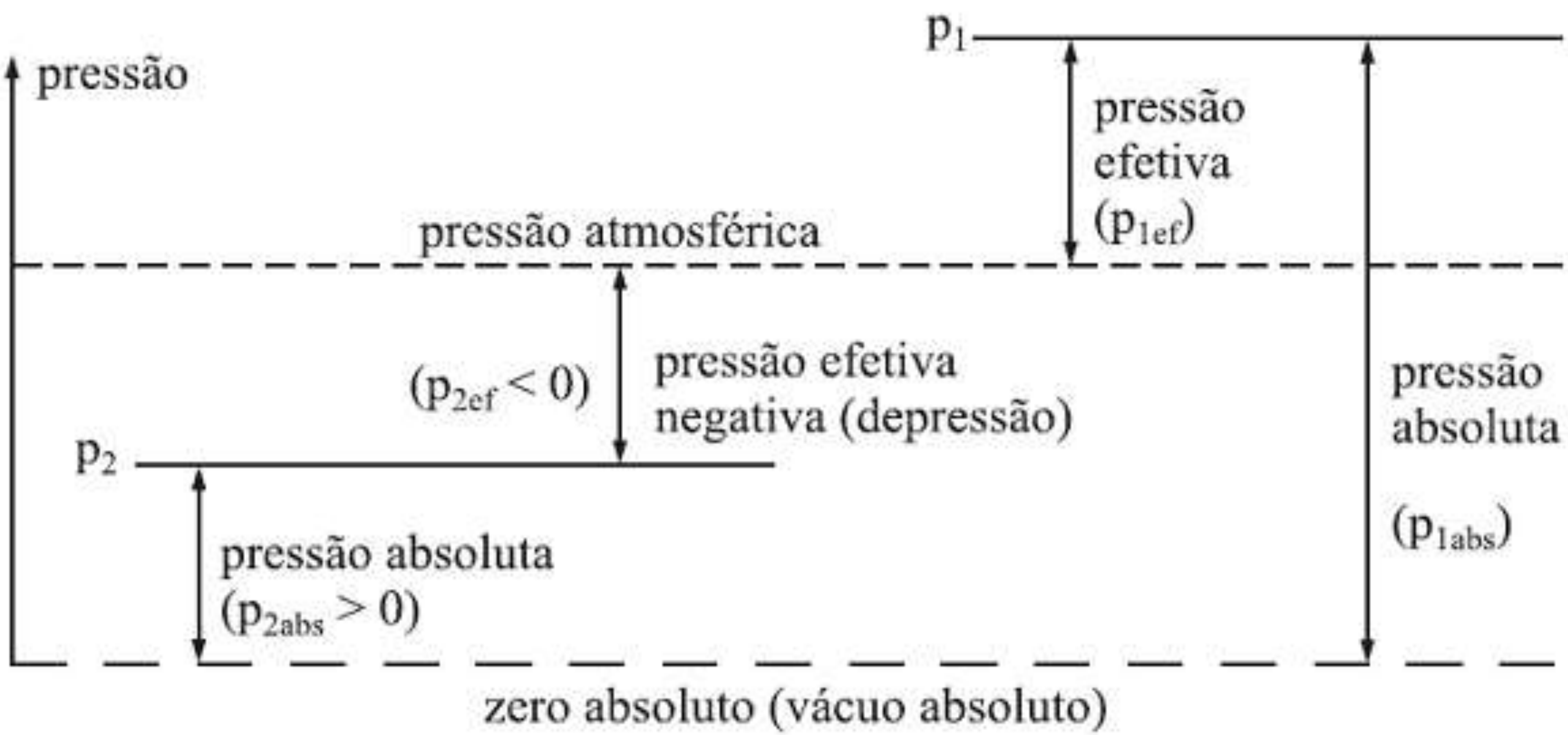
A escala de pressões efetiva é importante, pois praticamente todos os aparelhos de medida de pressão (manômetros) registram zero quando abertos à atmosfera, medindo, portanto, a diferença entre a pressão do fluido e a do meio em que se encontram.

# ESCALAS DE PRESSÃO

Se a pressão é menor que a atmosférica, costuma ser chamada impropriamente de vácuo e mais propriamente de depressão; é claro que uma depressão na escala efetiva terá um valor negativo. Todos os valores da pressão na escala absoluta são positivos.

A figura a seguir mostra, esquematicamente, a medida da pressão nas duas escalas, a efetiva e a absoluta.

# ESCALAS DE PRESSÃO



## ESCALAS DE PRESSÃO

Da discussão anterior e da figura verifica-se que vale a seguinte relação entre as escalas:

$$\boxed{P_{abs} = P_{atm} + P_{efet}}$$

Onde $P_{efet}$ pode ser positiva ou negativa.

# ESCALAS DE PRESSÃO

A pressão atmosférica é também chamada de pressão barométrica e varia com a altitude. Mesmo num certo local, ela varia com o tempo, dependendo das condições meteorológicas. Nos problemas que envolvem leis de estado de gases, é imprescindível o uso da escala absoluta, como já vimos anteriormente.

Em problemas envolvendo líquidos, o uso da escala efetiva é mais cômodo, pois, nas equações, a pressão atmosférica, em geral, aparece nos dois membros, podendo ser cancelada.

# ESCALAS DE PRESSÃO

Sempre que for utilizada a escala absoluta, após a unidade de pressão será indicada a abreviação (abs), enquanto, ao se usar a escala efetiva, nada será indicado.

# UNIDADES DE PRESSÃO

# UNIDADES DE PRESSÃO

As unidades de pressão podem ser divididas em três grupos:

**A-** Unidades de pressão propriamente ditas, baseadas na definição (F/A):

Entre elas, as mais utilizadas são: $kgf/m^2$; $kgf/cm^2$; $N/m^2$ = Pa (pascal); $daN/cm^2$ = bar (decanewton por centímetro quadrado); $lb/pol^2$ = psi.

A relação entre essas unidades é facilmente obtida por uma simples transformação:

$$\boxed{1\ kgf/cm^2 = 10^4\ kgf/m^2 = 9{,}8 \times 10^4\ Pa = 0{,}98\ bar = 14{,}2\ psi}$$

# UNIDADES DE PRESSÃO

**B-** Unidades de carga de pressão utilizadas para indicar pressão:

Essas unidades são indicadas por uma unidade de comprimento seguida da denominação do fluido que produziria a carga de pressão (ou coluna) correspondente à pressão dada.

Vale lembrar que existe uma correspondência entre p e h através do peso específico $\gamma$ do fluido. Assim, por exemplo:

mmHg (milímetros de coluna de mercúrio)

mca (metros de coluna de água)

cmca (centímetros de coluna de água)

# UNIDADES DE PRESSÃO

**B-** Unidades de carga de pressão utilizadas para indicar pressão:

A determinação da pressão em unidades de pressão propriamente ditas é feita lembrando que $p = \gamma h$. Assim, por exemplo, 5 mca correspondem a 5 m x 10.000 N/m$^3$ = 50.000 N/m$^2$ (onde 10.000 N/m$^3$ é o peso específico da água).

Ainda, por exemplo, 20 mmHg correspondem a 0,02 m x 136.000 N/m$^3$ = 2720 N/m$^2$ (onde 136.000 N/m$^3$ é o peso específico do mercúrio).

# UNIDADES DE PRESSÃO

**B-** Unidades de carga de pressão utilizadas para indicar pressão:

Assim, na prática, a representação da pressão em unidade de coluna de fluido é bastante cômoda, pois permite visualizar imediatamente a possibilidade que tem uma certa pressão de elevar um fluido a uma certa altura.

# UNIDADES DE PRESSÃO

**C-** Unidades definidas:

Entre elas, destaca-se a unidade atmosfera (atm), que, por definição, é a pressão que poderia elevar de 760 mm uma coluna de mercúrio. Logo, 1 atm = 760 mmHg = 101230 Pa = 101,23 kPa = 10330 kgf/m$^2$ = 1,033 kgf/cm$^2$ = 1,01 bar = 14,7 psi = 10,33 mca.

# UNIDADES DE PRESSÃO

## EXEMPLO:

Determinar o valor da pressão de 340 mmHg em psi e $kgf/cm^2$ na escala efetiva e em Pa e atm na escala absoluta. ($p_{atm}$ = 101,2 kPa)

# UNIDADES DE PRESSÃO

## RESOLUÇÃO:

1) 760 mmHg → $1{,}033\ kgf/cm^2$

340 → x

$$x = \frac{1{,}033 \times 340}{760} = 0{,}461\,\frac{kgf}{cm^2}$$

2) 760 mmHg → 14,7 psi

340 → y

$$y = \frac{340 \times 14{,}7}{760} = 6{,}6\ psi$$

# UNIDADES DE PRESSÃO

## RESOLUÇÃO:

3) Para determinar a pressão na escala absoluta, basta lembrar que:

$$p_{abs} = p_{ef} + p_{atm}$$

760 mmHg — 101.230 Pa

340 — z

$$z = \frac{340 \times 101.230}{760} = 45.287 \text{ Pa} = 45{,}3 \text{ kPa}$$

Logo, $p_{abs} = 45{,}3 + 101{,}2 = 146{,}5$ kPa (abs)

# UNIDADES DE PRESSÃO

## RESOLUÇÃO:

4) 760 mmHg — 1 atm

340 — u

$$u = \frac{340 \times 1}{760} = 0{,}447\text{atm}$$

Logo, $p_{abs} = 0{,}447 + 1 = 1{,}447$ atm (abs)

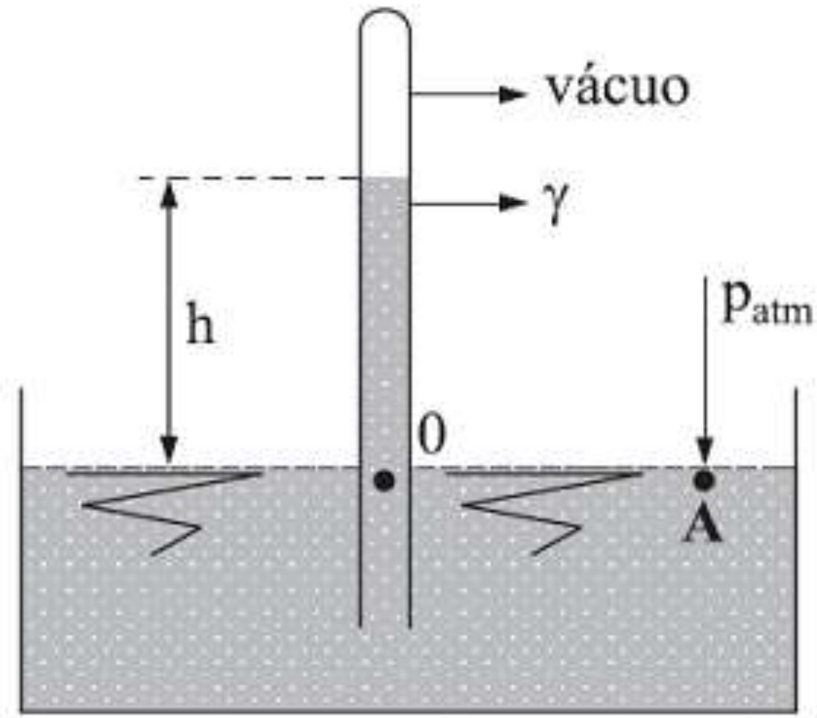
# O BARÔMETRO

## O BARÔMETRO

A pressão atmosférica é medida pelo barômetro. Se um tubo cheio de líquido, fechado na extremidade inferior e aberto na superior, for virado dentro de uma vasilha do mesmo líquido, ele descerá até uma certa posição e nela permanecerá em equilíbrio, como mostrado na figura a seguir.

Desprezando a pressão de vapor do líquido, na parte superior obtém-se, praticamente, o vácuo perfeito ou pressão zero absoluto.

# O BARÔMETRO



## O BARÔMETRO

Já foi visto que a pressão num mesmo nível é a mesma, logo,

$$p_o = p_A = p_{atm}$$

Dessa forma, a coluna h formada é devida à pressão atmosférica e tem-se

$$p_{atm} = \gamma h$$

O líquido utilizado é, geralmente, o mercúrio, já que seu peso específico é suficientemente elevado de maneira a formar um pequeno h e, portanto, pode ser usado um tubo de vidro relativamente curto. Como a pressão atmosférica é muito utilizada, é interessante tê-la em mente:

$$\boxed{P_{atm} = 760\ \text{mmHg} = 10.333\ \text{kgf/m}^2 = 101{,}3\ \text{kPa}}$$

# MEDIDORES DE PRESSÃO

# MEDIDORES DE PRESSÃO

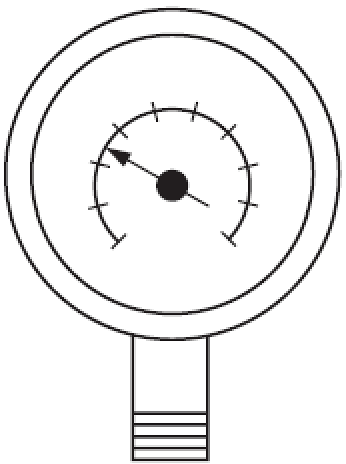
## 1- Manômetro metálico ou de Bourdon

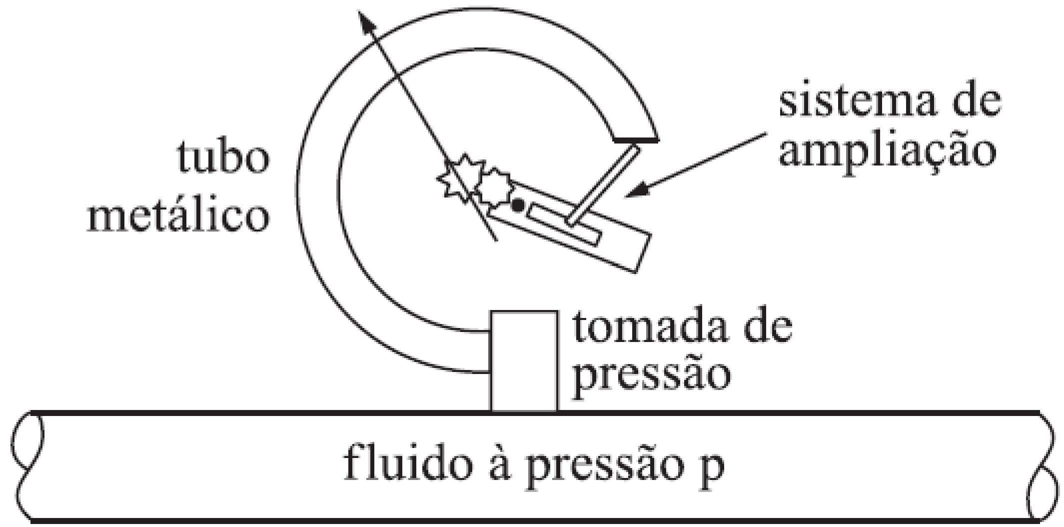
Pressões ou depressões são comumente medidas pelo manômetro metálico mostrado na figura a seguir. Esse nome provém do fato de que a pressão é medida pela deformação do tubo metálico indicado na figura.

Ao ligar o manômetro pela tomada de pressão, o tubo fica internamente submetido a uma pressão p que o deforma, havendo um deslocamento de sua extremidade que, ligada ao ponteiro por um sistema de alavancas, relacionará sua deformação com a pressão do reservatório.

# MEDIDORES DE PRESSÃO

## 1- Manômetro metálico ou de Bourdon



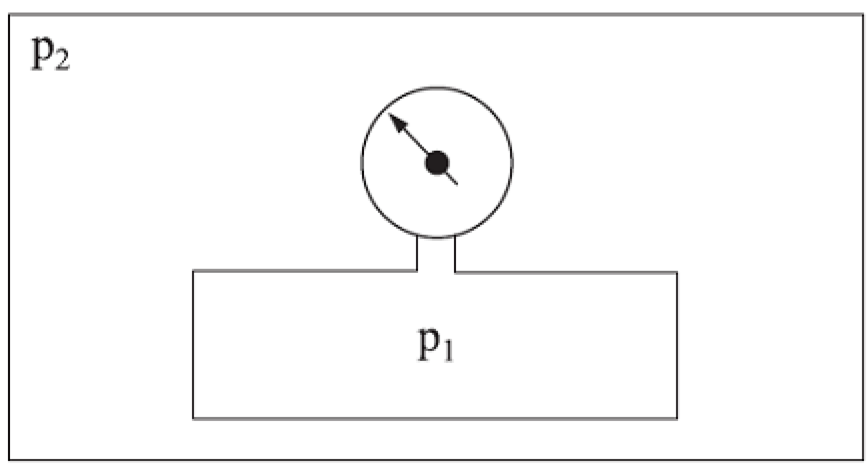


# MEDIDORES DE PRESSÃO

## 1- Manômetro metálico ou de Bourdon

A leitura na escala de pressão na escala efetiva será feita diretamente no mostrador, quando a parte externa do manômetro estiver exposta à pressão atmosférica.

Suponha-se, agora, o caso mostrado na figura abaixo:



# MEDIDORES DE PRESSÃO

## 1- Manômetro metálico ou de Bourdon

Nesse caso, a parte interna do tubo metálico está sujeita à pressão $p_1$, e a externa, à $p_2$.

Dessa forma, o manômetro indicará não a pressão $p_1$, mas a diferença $p_1 - p_2$.

Logo,

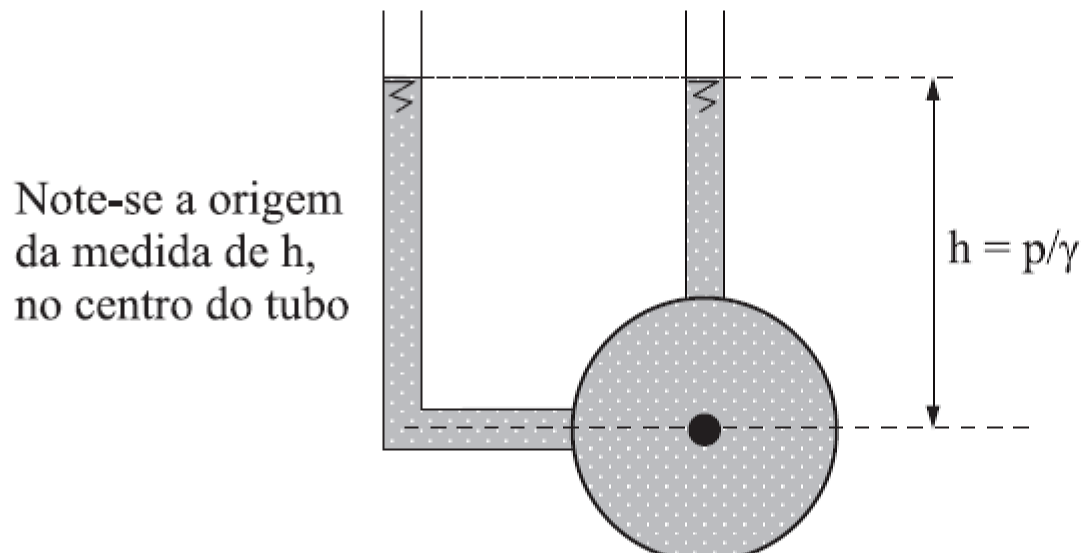
$$\boxed{P_{\text{manômetro}} = p_{\text{tomada de pressão}} - p_{\text{externa}}}$$

# MEDIDORES DE PRESSÃO

## 2- Coluna piezométrica ou piezômetro

Consiste num simples tubo de vidro que, ligado ao reservatório, permite medir diretamente a carga de pressão.

Logo, dado o peso específico do fluido, pode-se determinar a pressão diretamente.



# MEDIDORES DE PRESSÃO

## 2- Coluna piezométrica ou piezômetro

O piezômetro apresenta três limitações que o tornam de uso limitado:

**a-** A altura h, para pressões elevadas e para líquidos de baixo peso específico, será muito alta. Exemplo: água com pressão de $10^5$ N/m$^2$ e cujo peso específico é $10^4$ N/m$^3$ formará uma coluna:

$$h = \frac{p}{\gamma} = \frac{10^5}{10^4} = 10m$$

# MEDIDORES DE PRESSÃO

## 2- Coluna piezométrica ou piezômetro

Logo, não sendo viável a instalação de um tubo de vidro com mais de 10 m de altura, o piezômetro não pode, nesse caso, ser útil. Nota-se então que esse aparelho só serve para pequenas pressões.

**b-** Não se pode medir pressão de gases, pois eles escapam sem formar a coluna h.

**c-** Não se pode medir pressões efetivas negativas, pois nesse caso haverá entrada de ar para o reservatório, em vez de haver a formação da coluna h.

# MEDIDORES DE PRESSÃO

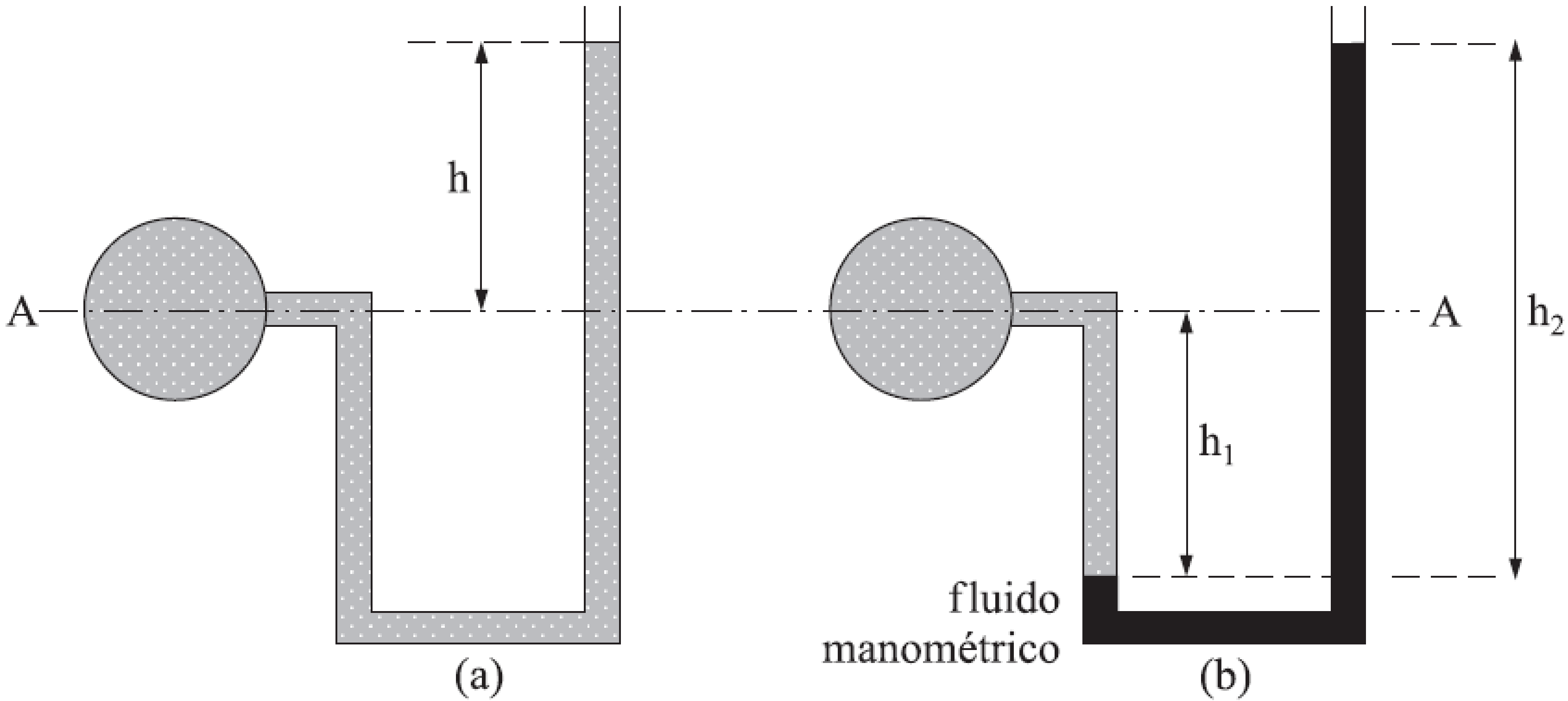
## 3- Manômetro com tubo em U

A figura a seguir mostra um manômetro de tubo em U. Nesse manômetro corrige-se o problema das pressões efetivas negativas. Se isso ocorrer, a coluna de fluido do lado direito ficará abaixo do nível A-A. A figura (b) mostra o mesmo manômetro com a inclusão de um fluido manométrico que, em geral, é mercúrio.

A presença do fluido manométrico permite a medida da pressão de gases, já que impede que estes escapem.

# MEDIDORES DE PRESSÃO

## 3- Manômetro com tubo em U



# MEDIDORES DE PRESSÃO

## 3- Manômetro com tubo em U

Ao mesmo tempo, utilizando um fluido manométrico de elevado peso específico, diminui-se a altura da coluna que se formaria com um líquido qualquer.

Os manômetros de tubo em U, ligados a dois reservatórios, em vez de ter um dos ramos aberto à atmosfera, chamam-se manômetros diferenciais, conforme apresentado na figura a seguir.

# MEDIDORES DE PRESSÃO

## 3- Manômetro com tubo em U